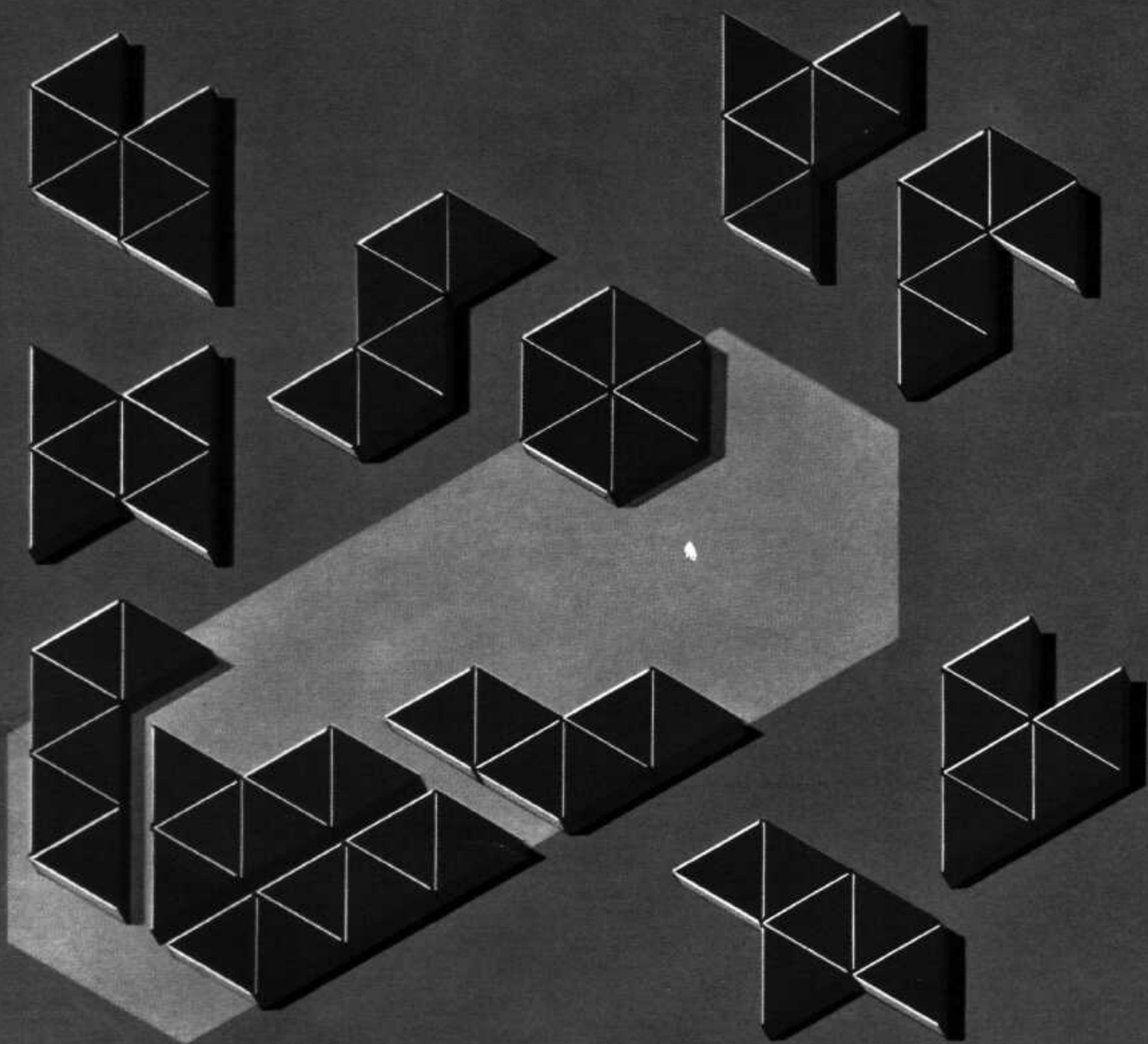


# VERHEXT<sup>®</sup> *mathematisches Zusammenlegspiel*



NACH PROF. DR. HEINZ HABER

# Die 12 VERHEXT-Steine

NACH PROF. DR. HEINZ HABER

Nr. 1



DAS HEXAGON

Nr. 2



DER HAKEN

Nr. 3



DER KAMM

Nr. 4



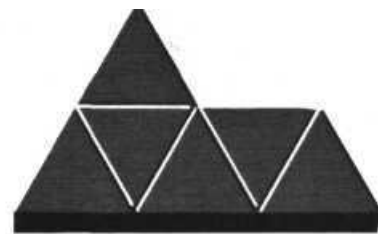
DER PFEIL

Nr. 5



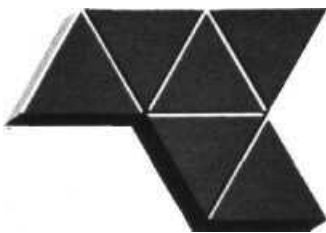
DER TANKER

Nr. 6



DIE KIRCHE

Nr. 7



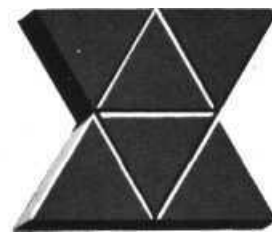
DER REVOLVER

Nr. 8



DIE FEILE

Nr. 9



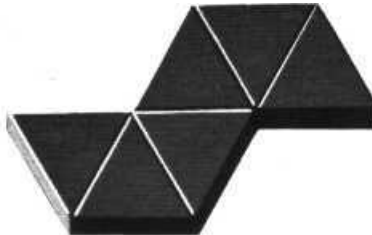
DIE PFEFFERMÜHLE

Nr. 10



DAS SEGELBOOT

Nr. 11



DIE SCHLANGE

Nr. 12



DAS DACH

## Beschreibung und Spielregeln

zum mathematischen Zusammenlegspiel =VERHEXT=.

Mathematik braucht nicht immer eine trockene und nur für Experten verständliche Wissenschaft zu sein, sondern sie kann auch viel Kurzweil und unterhaltsame Anregung bieten.

Das von Prof. Dr. Heinz Haber entwickelte mathematische Zusammenlegspiel =VERHEXT= ist außerordentlich variantenreich und überaus unterhaltsam. Die Lösungen der einzelnen Aufgaben erfordern eine gewisse Leistung, ähnlich wie die Lösung eines komplizierten Rätsels.

=VERHEXT= hat das griechische Zahlwort 6 =HEXA= zur Grundlage bekommen, da jeder der 12 =VERHEXT=-Steine aus 6 zusammenhängenden, gleichgroßen Dreiecken besteht. Das komplette Spiel enthält demnach als Ganzes 72 kleine Dreiecke. Es läßt sich mathematisch nachweisen, daß es unter diesen Umständen 12 — und nur 12 — solcher =VERHEXT=-Steine gibt.

Zweckmäßig bekam jeder =VERHEXT=-Stein seiner Figur nach einen Namen. Diese 12 =VERHEXT=-Steine lassen sich zu einer großen, ja unendlichen Zahl von regelmäßigen, symmetrischen Figuren zusammenfügen, wobei zur Herstellung der Figuren oder Motive beliebig 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 oder alle 12 =VERHEXT=-Steine benutzt werden können.

Beim Zusammenlegen müssen die einzelnen Steine mit ihren Konturen nahtlos aneinandergesetzt werden, so daß 2 oder mehrere zusammengelegte =VERHEXT=-Steine wie ein einzelner großer Stein wirken, der aus einzelnen Dreiecken zusammengesetzt dem Spieler erscheint. Um die gewünschten Figuren lückenlos zu belegen, können die jeweils gewählten Steine in jeder möglichen Position verwendet werden, wobei man sie oft auch umdrehen und spiegelbildlich einordnen muß. Das Spiel eignet sich für Leute von acht bis achtzig Jahren. In einem Test hat ein siebenjähriges Kind sich mehrere Stunden mit der Aufgabe beschäftigt, eine Reihe von Figuren, entsprechend der Lösungsskizze, nachzulegen; eine Beschäftigung dieser Art ist selbst für ein Kind dieses Alters sehr unterhaltend und lehrreich, da es gleichzeitig ein Gefühl für Formen und geometrische Beziehungen entwickelt.

Besonders jedoch dürfte dieses Spiel jedem Schüler und darüber hinaus dem Erwachsenen viele Anregungen zu neuen Motiven und Formen geben, die man auch sonst täglich entdeckt u. findet. Das =VERHEXT=-Zusammenlegspiel ist weiterhin als Testmöglichkeit zu verwenden: fernerhin kann es zur Diagnostik und Therapie verwendet werden.

Der ältere Spieler wird natürlich versuchen, nicht nur Figuren mit 4, 6 oder 8 Steinen auszuliegen, sondern mit 9 und schließlich mit allen 12 Steinen Motive selbst neu zu gestalten, von denen nur die Umrisse angegeben sind, oder deren Konturen er selbst entwirft. Selbst entworfene Figuren mit allen 12 =VERHEXT=-Steinen zu lösen, ist nicht immer einfach.

Beim Entwurf solcher Figuren muß man beachten, daß diese bei Verwendung von 4 =VERHEXT=-Steinen insgesamt 24 Dreiecke, bei 6 Steinen = 36, bei 8 = 48, bei 9 = 54 und schließlich bei allen 12 =VERHEXT=-Steinen = 72 Dreiecke als Gesamtfläche aufweisen muß. Es lassen sich auch symmetrische Figuren entwerfen, die mehr als 72 Dreiecke enthalten und sich unter Benutzung eines zweiten Spielsatzes alsdann mit bis zu 24 Steinen gestalten lassen. Schließlich kann man auch Figuren gestalten, die symmetrisch angeordnete, unbelegte Flächen einschließen, wodurch sich nicht selten besonders reizvolle und interessante Motive ergeben.

Die =VERHEXT=-Steine eignen sich auch für Verdoppelungen und Verdreifachungen der einzelnen Steine. Es ist dabei ohne weiteres möglich, jeden der 12 Steine unter Benutzung von 4 beliebigen Steinen linear in doppelter Größe darzustellen (mit vierfacher Fläche).

Auch Verdreifachungen unter Benutzung von je 9 Steinen sind möglich.

Dabei läßt sich allerdings der Nachweis führen, daß dieses Problem für zwei der Steine nicht durchführbar ist, und zwar dreht es sich dabei um Stein Nr. 3 = den Kamm und Stein Nr. 6 = die Kirche. Ein ungelöstes Problem ist noch die Triplikation des Steines Nr. 9 = die Pfeffermühle. Nach der Paarigkeitsregel sollte sich die „Pfeffermühle“ triplizieren lassen. Es ist dies jedoch bisher noch nicht gelungen. Vielleicht findet einer der =VERHEXT=-Spieler einen Unmöglichkeitbeweis für dieses Problem, eventuell ausgehend von der Tatsache, daß bei der besonderen Form der „Pfeffermühle“ nur 5 =VERHEXT=-Steine imstande sind, eine der 4 spitzen Ecken zu liefern, und zwar sind dies Nr. 3 = Kamm, Nr. 4 = Pfeil, Nr. 6 = Kirche, Nr. 8 = Feile und Nr. 12 = das Dach. Vielleicht ist es möglich, durch einen Ausschließungsbeweis zu zeigen, daß es unter diesen Umständen keine Triplikationsfigur der „Pfeffermühle“ gibt.

Um allen =VERHEXT=-Spielfreunden beim Suchen und Lösen neuer, eigener Motive unnötige Arbeit zu ersparen, möchten wir beim Entwurf solcher Figuren an die Paarigkeitsregel erinnern: Wenn man den Entwurf einer Figur schachbrettartig aufteilt, darf die Gesamtzahl der schwarzen Dreiecke die der weißen niemals um mehr als vier übersteigen — oder umgekehrt, es dürfen die weißen Dreiecke die der schwarzen niemals um mehr als vier übersteigen.

Kann man mit 5 — 11 Steinen schon herrliche Figuren gestalten, so wird das Spiel mit allen 12 Steinen so großzügig und interessant, daß es jeden Spieler stundenlang fesselt und die Lösung einfach abverlangt.

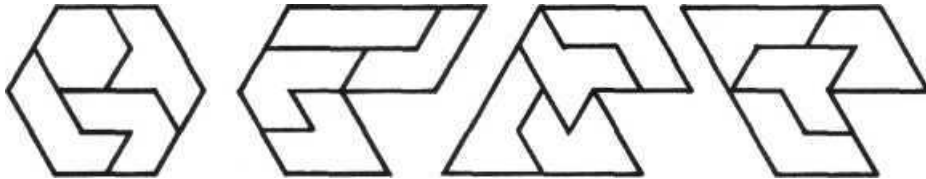
Dem Spiel sind doppelseitig bedruckte Spielfiguren-Unterlagen beigegeben; es wäre jedoch unmöglich, alle bereits vorhandenen gelösten Figuren und Motive gedruckt mitzuliefern — es gäbe ein dickes Lexikon!

Ein Lösungskatalog, der eine Vielzahl möglicher Figuren und ihre Lösung enthält und somit etwaige Zweifel an der Lösbarkeit schwieriger Aufgaben beseitigt, darüber hinaus aber auch wertvolle Anregungen für die schöpferische Auswertung des =VERHEXT=-Spieles vermittelt, kann gegen Berechnung gesondert geliefert werden.

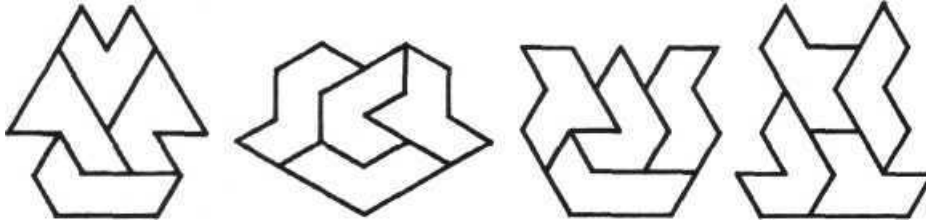
Jedem Spieler wünschen wir nun viel Freude und unterhaltsame Stunden mit dem

*mathematischen Zusammenlegspiel* = **VERHEXT** =

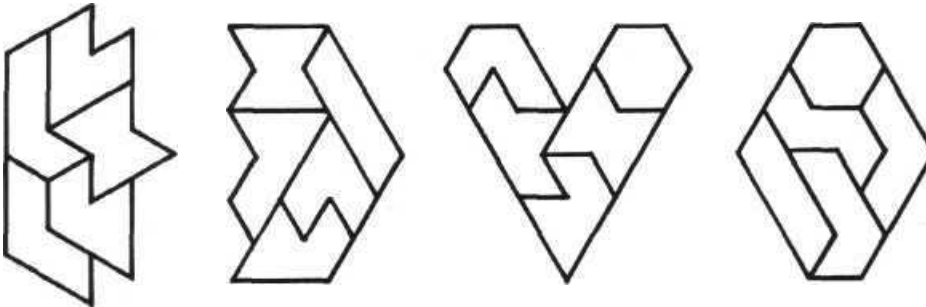
Lösungsbeispiele für Verdoppelungen der Original =VERHEXT=-Stein-Figuren. Sämtliche 12 =VERHEXT=-Steine können auf diese Weise unter Verwendung von 4 beliebigen Steinen linear in doppelter Größe (mit vierfacher Fläche) beliebig oft dargestellt und ausgelegt werden.



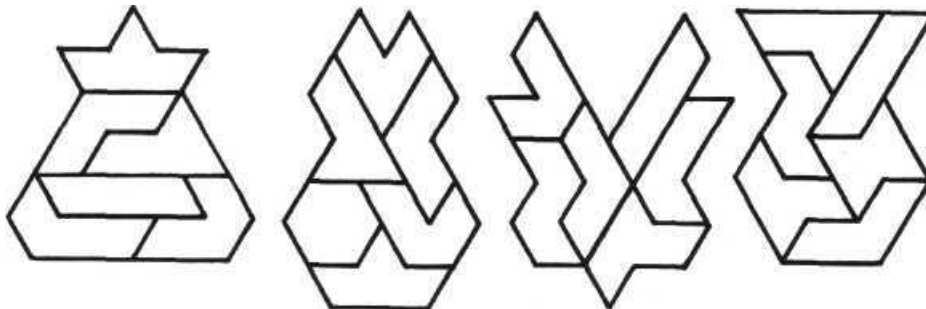
Vielgestaltig sind bereits mit 4 beliebigen =VERHEXT=-Steinen die Figuren und Motive und auch für den jungen und noch ungeübten Spieler mit mancherlei Überlegungen verbunden.



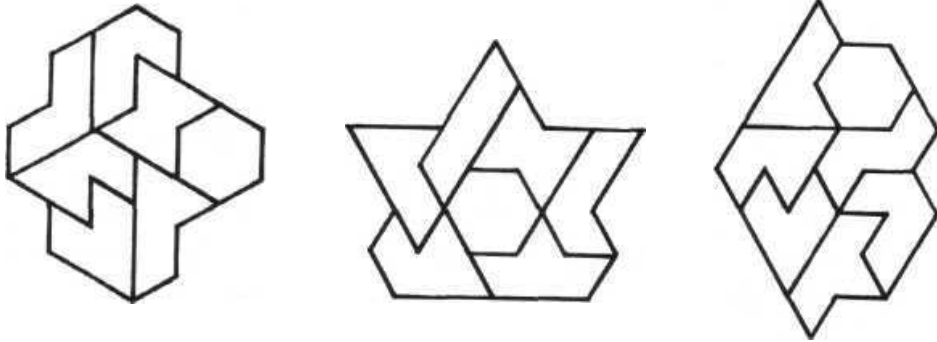
Schon mit 5 =VERHEXT=-Steinen werden reizvolle Figuren und Motive möglich.



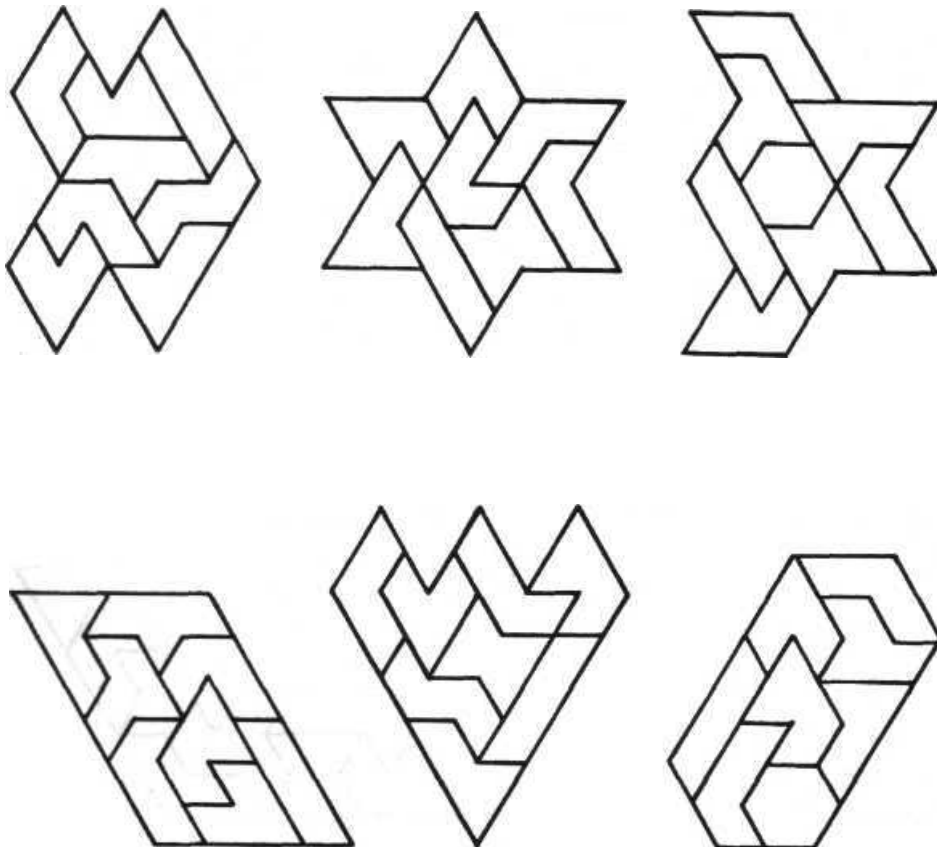
Unter Verwendung von 6 =VERHEXT=-Steinen wird die Gestaltung von schöneren und größeren Figuren noch vielseitiger.



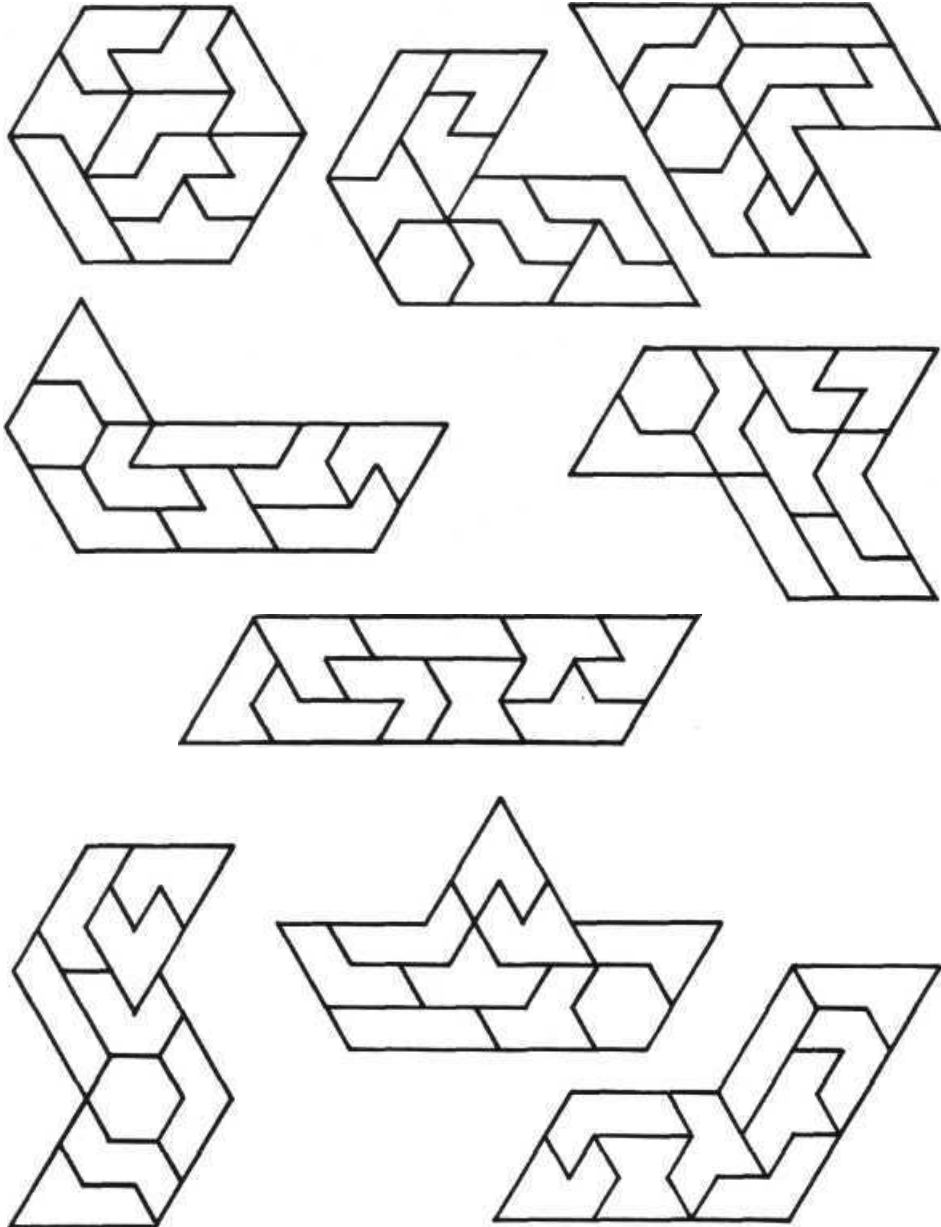
Mit 7 =VERHEXT=-Steinen kommen wir dem "Sternen-Bild" und vielen weiteren reizvollen Motiven schon näher.



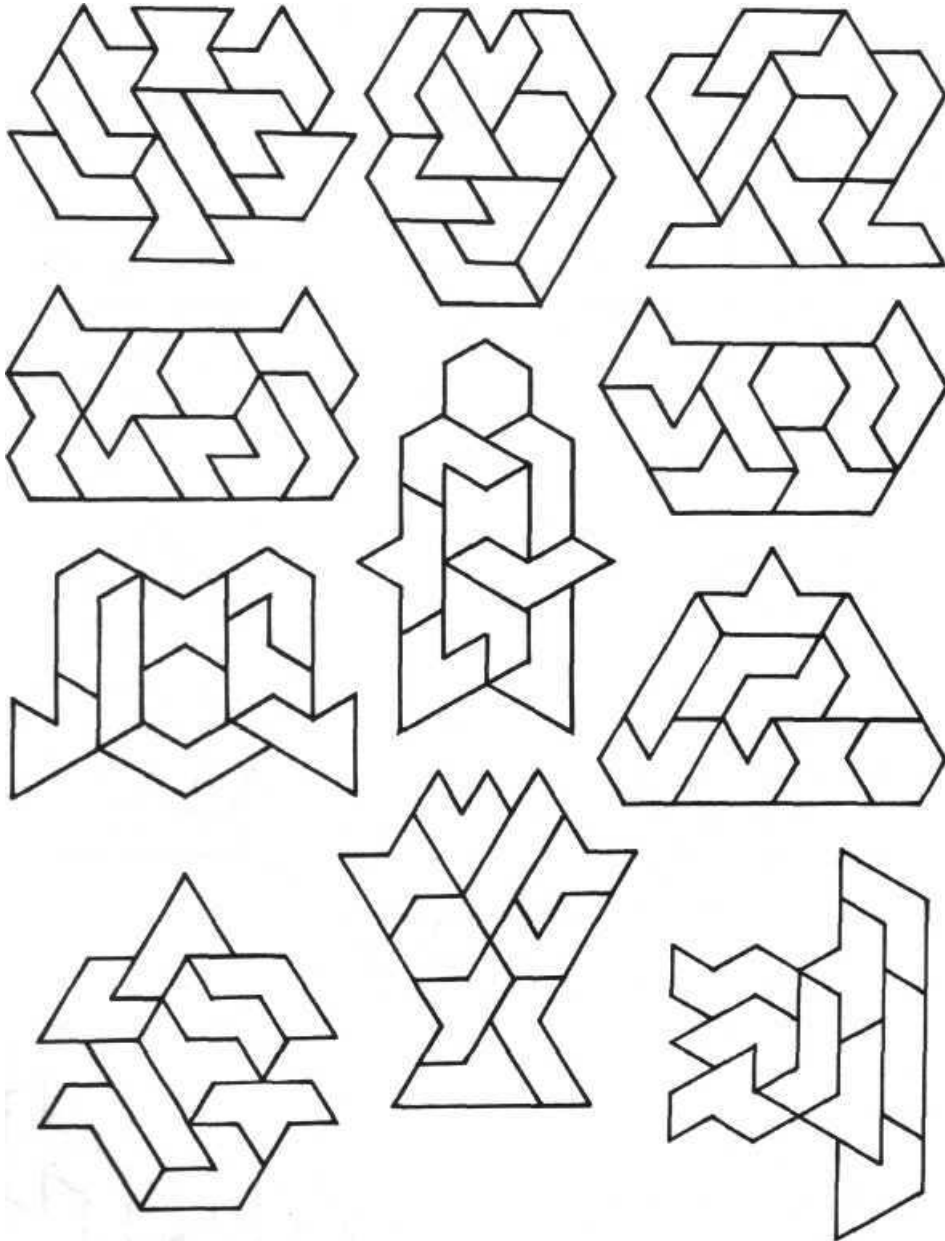
Der perfekte "Stern" ist mit 8 =VERHEXT=-Steinen erreicht. Nun beginnen die = VERHEXT= - Steine scheinbar wirklich verhext zu werden.



Auch Verdreifachungen unter Benutzung von je 9 beliebigen Steinen sind bei 9 von allen 12 =VERHEXT=-Steinen möglich. Hierbei ist eine Permutation (Austausch oder Umstellung der Steine) mehrere hundert Male je Stein-Figur durchführbar ! Bitte hierzu den Hinweis zum Schluß dieses Heftes beachten !

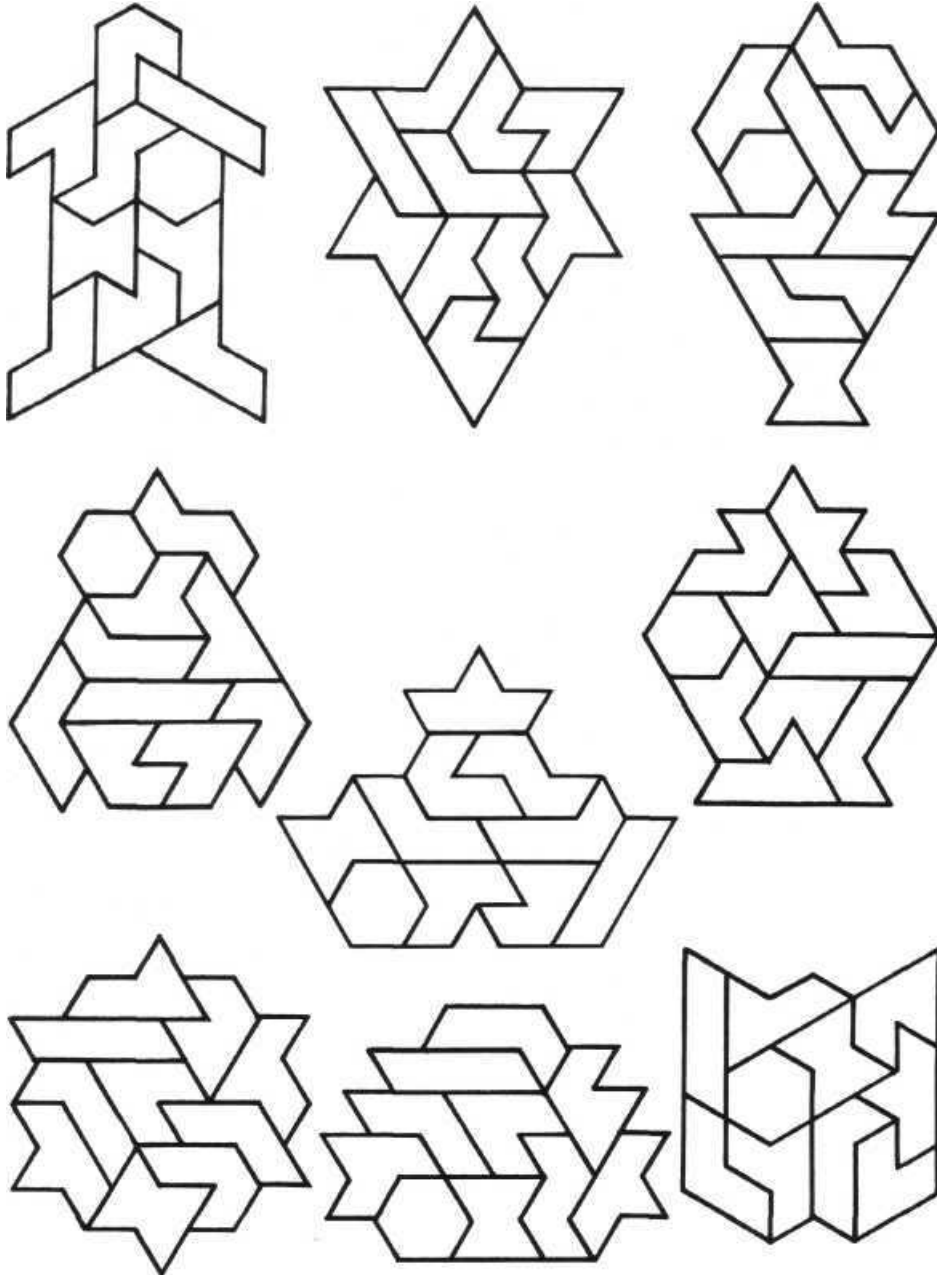


Bezaubernde Figuren und symmetrische Motive werden mit 9 beliebigen =VERHEXT= Steinen möglich. Auch diese Figuren können immer wieder durch Weglassen von je 3 anderen Steinen im Figurenbild verändert werden.



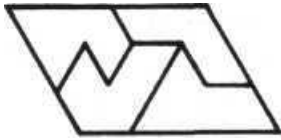
Legt man alsdann immer wieder gleiche Figurenbilder, jedoch mit je 9 anderen =VERHEXT=-Steinen gelöst, zeichnerisch aneinander oder sich gegenüber, so entstehen von selbst entzückende Bordüren und Motive mit freien Flächen, die auch wiederum ein =VERHEXT=-Stein-Figurenbild bilden können.

Mit 10 =VERHEXT=-Steinen schließlich runden sich die Möglichkeiten immer mehr zu komplizierten Figuren und Legemotiven ab, die Zahl und Wahl wächst unaufhaltsam.

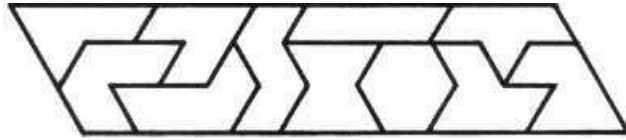




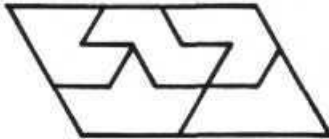
Diese und weitere Figuren können mit jeweils frei gewählten =VERHEXT=-Steinen beliebig belegt und gelöst werden.



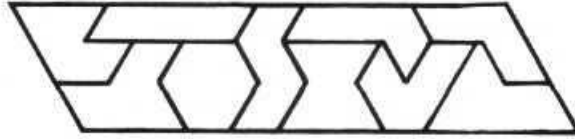
mit 4 Steinen



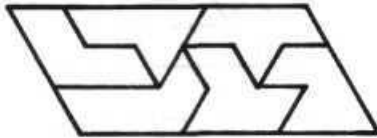
mit 11 Steinen



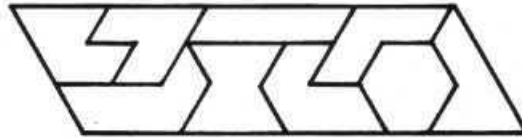
mit 5 Steinen



mit 10 Steinen



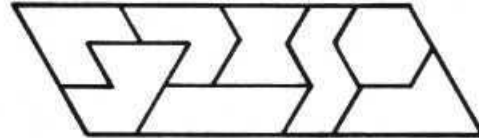
mit 6 Steinen



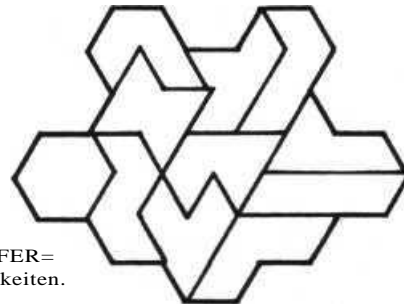
mit 9 Steinen



mit 7 Steinen

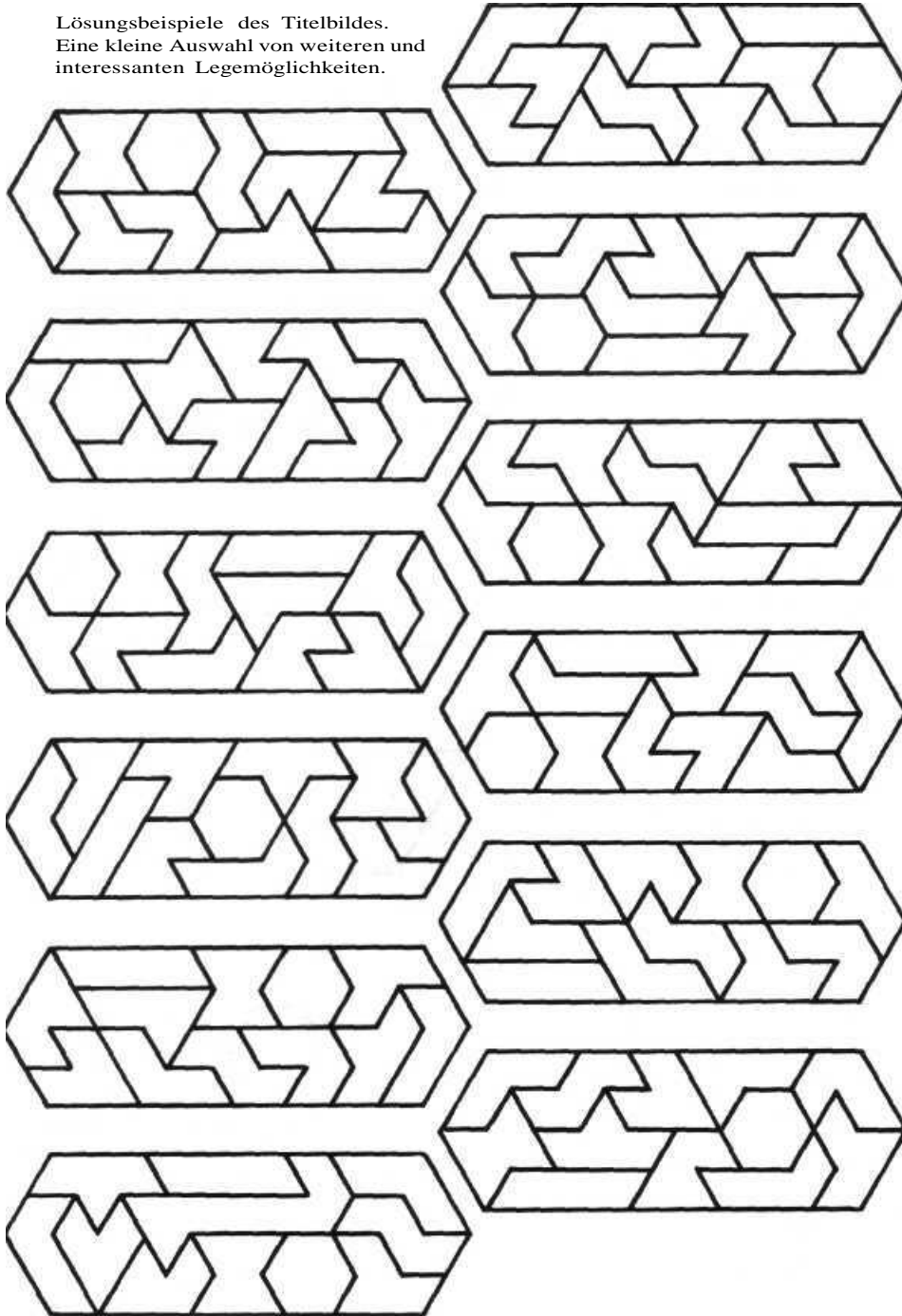


mit 8 Steinen

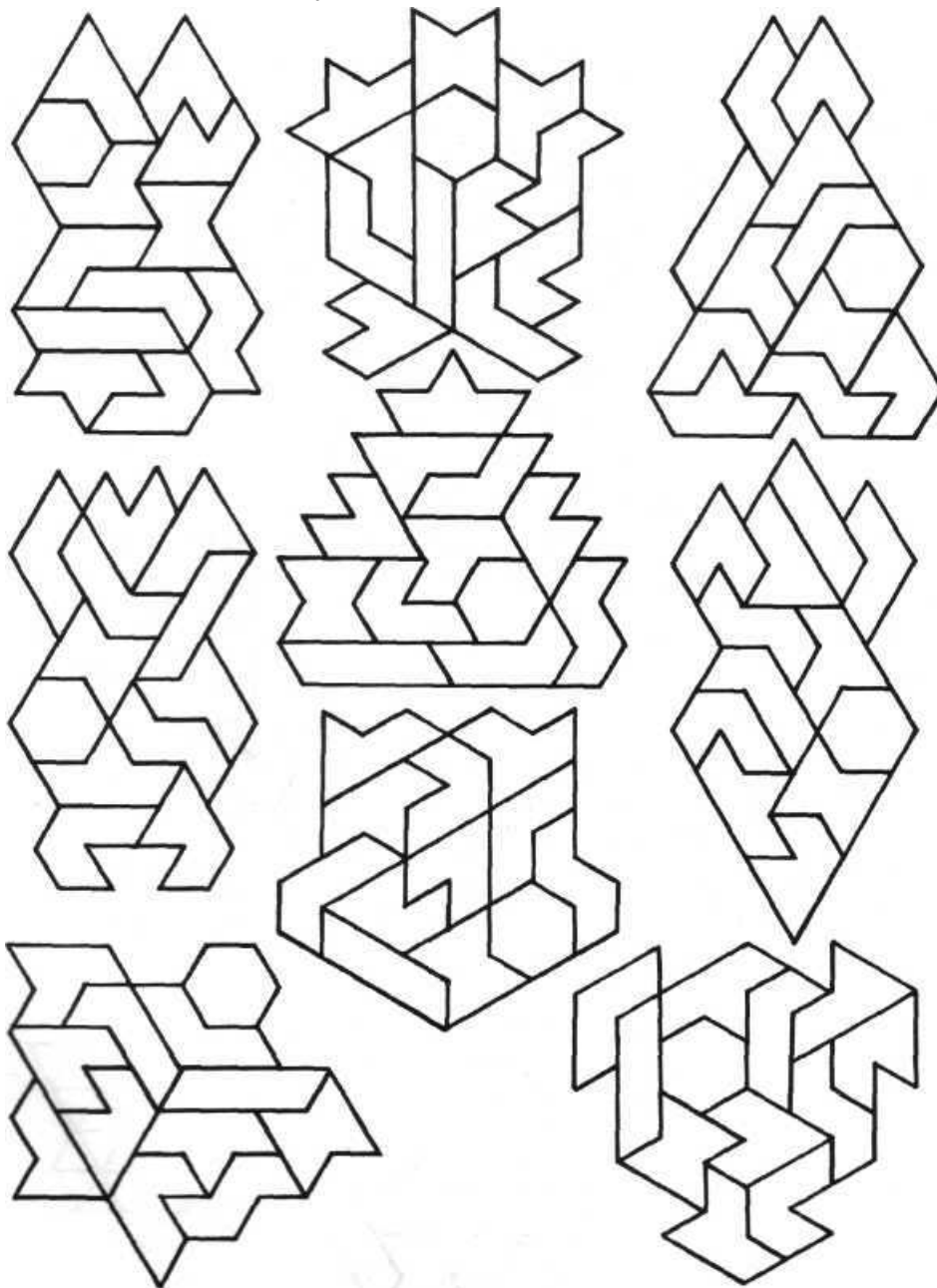


Zwei von vielen =ELFER=  
Spielfiguren-Möglichkeiten.

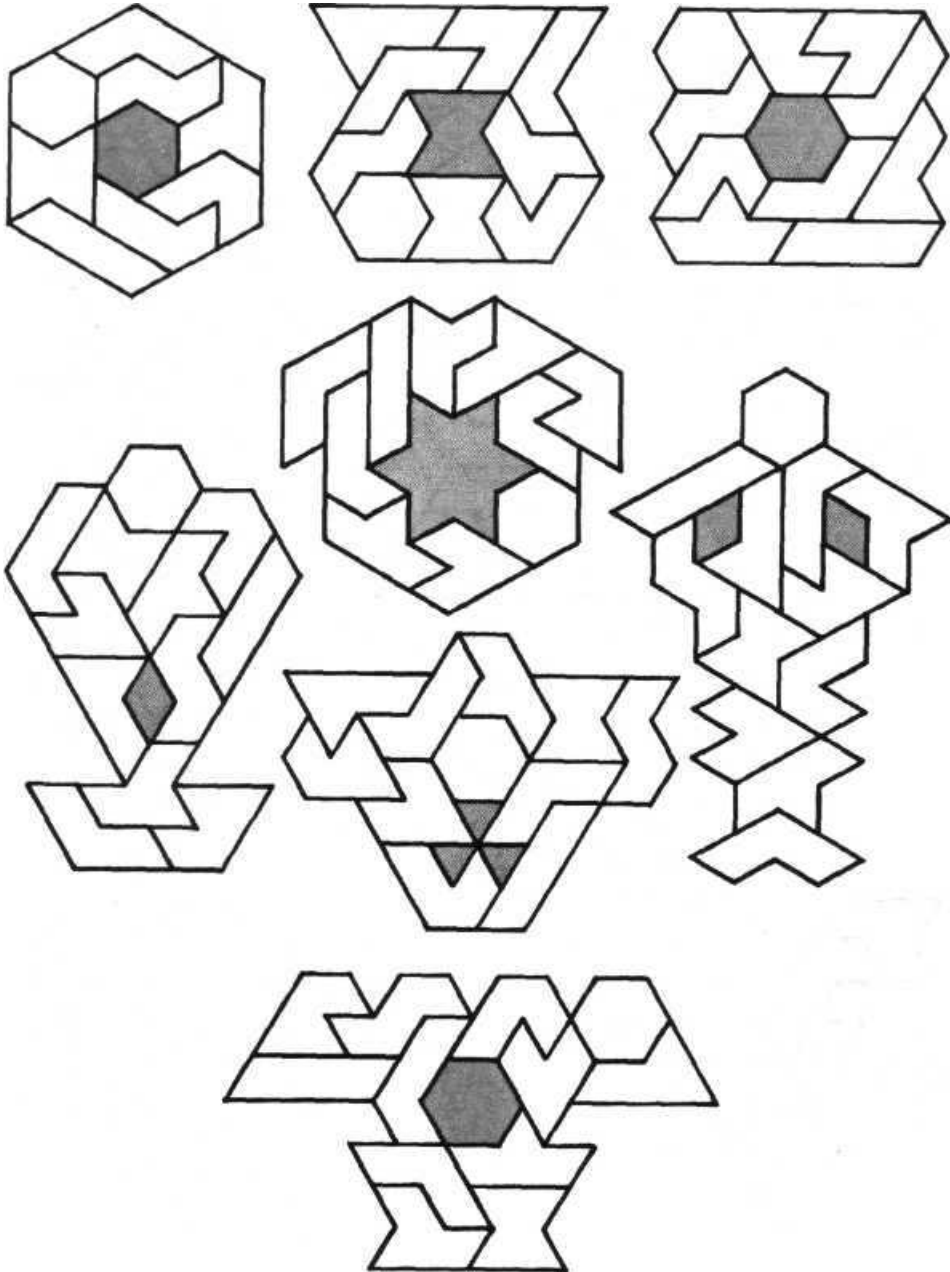
Lösungsbeispiele des Titelbildes.  
Eine kleine Auswahl von weiteren und  
interessanten Legemöglichkeiten.



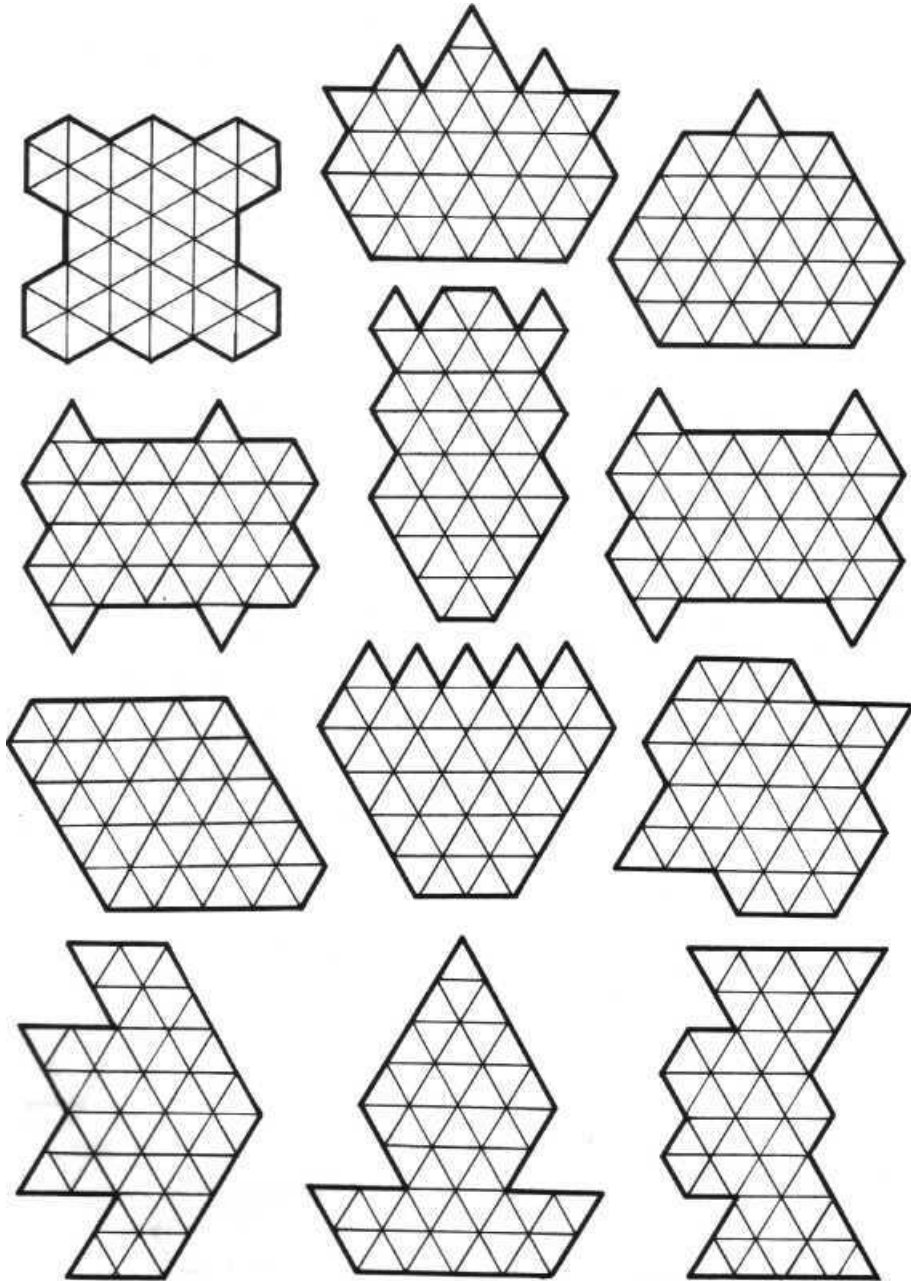
Dem geübten und erfahrenen =VERHEXT=-Freund wird das Spielen mit allen 12 =VERHEXT=-Steinen den vollen Genuß der schönsten Motive bieten . Hier gibt es keine Grenzen mehr und jeder hat freie Wahl !



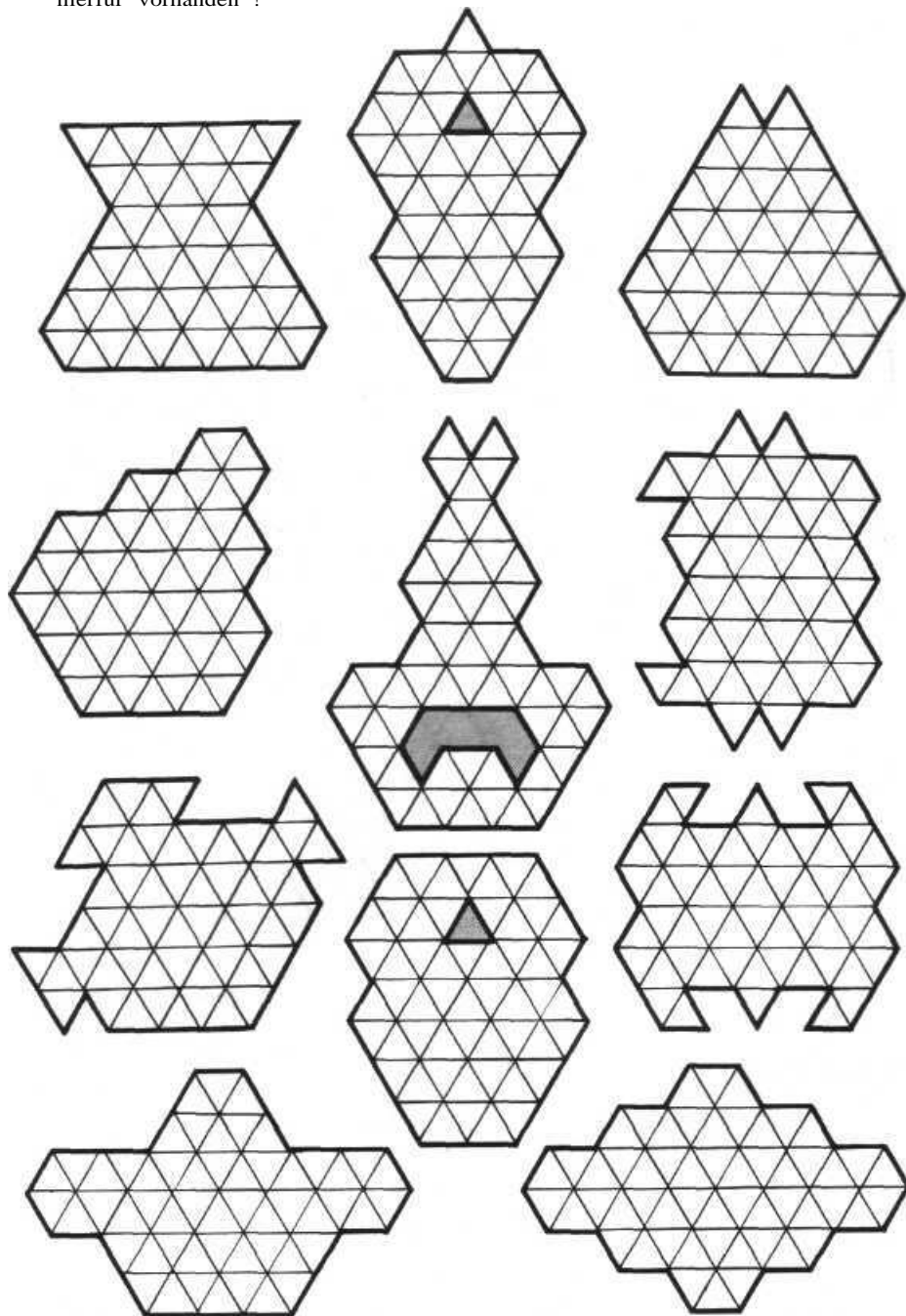
Die Weiterentwicklung des =VERHEXT=-Zusammenlegspiels mit allen 12 Steinen und innerhalb der Figur freien Motiven, die beliebig unter Verwendung eines 13. und 14. Steines oder deren Umrisse gelegt werden können.



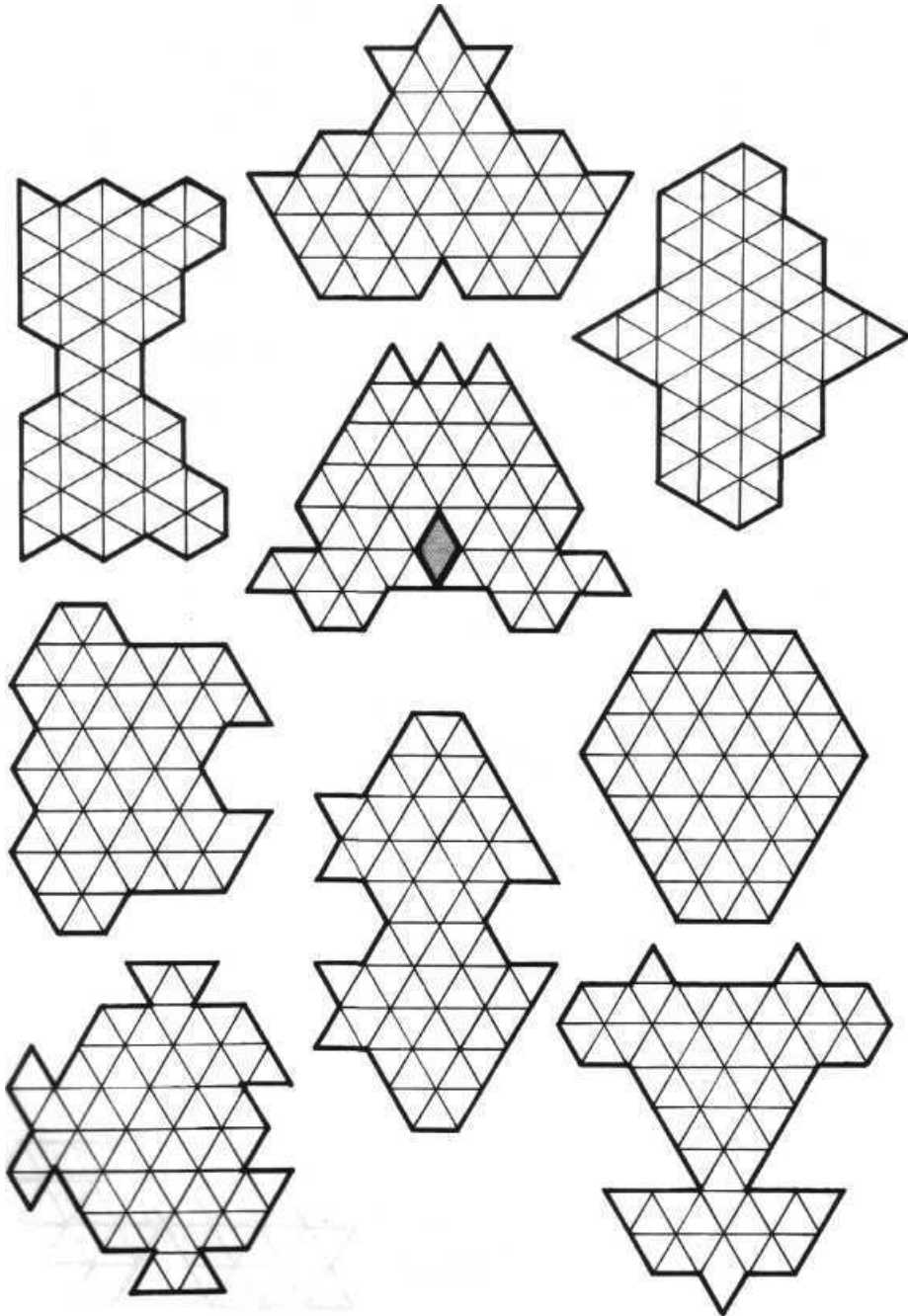
Diese Figuren und viele andere Motive, die jeder Spieler selbst entwerfen kann, können mit 8 beliebigen =VERHEXT=-Steinen belegt werden. Die Auslegung jeder Figur kann beliebig oft in sich selbst erfolgen, selbst wenn man z.B. auch die gleichen 8 Steine beibehält.



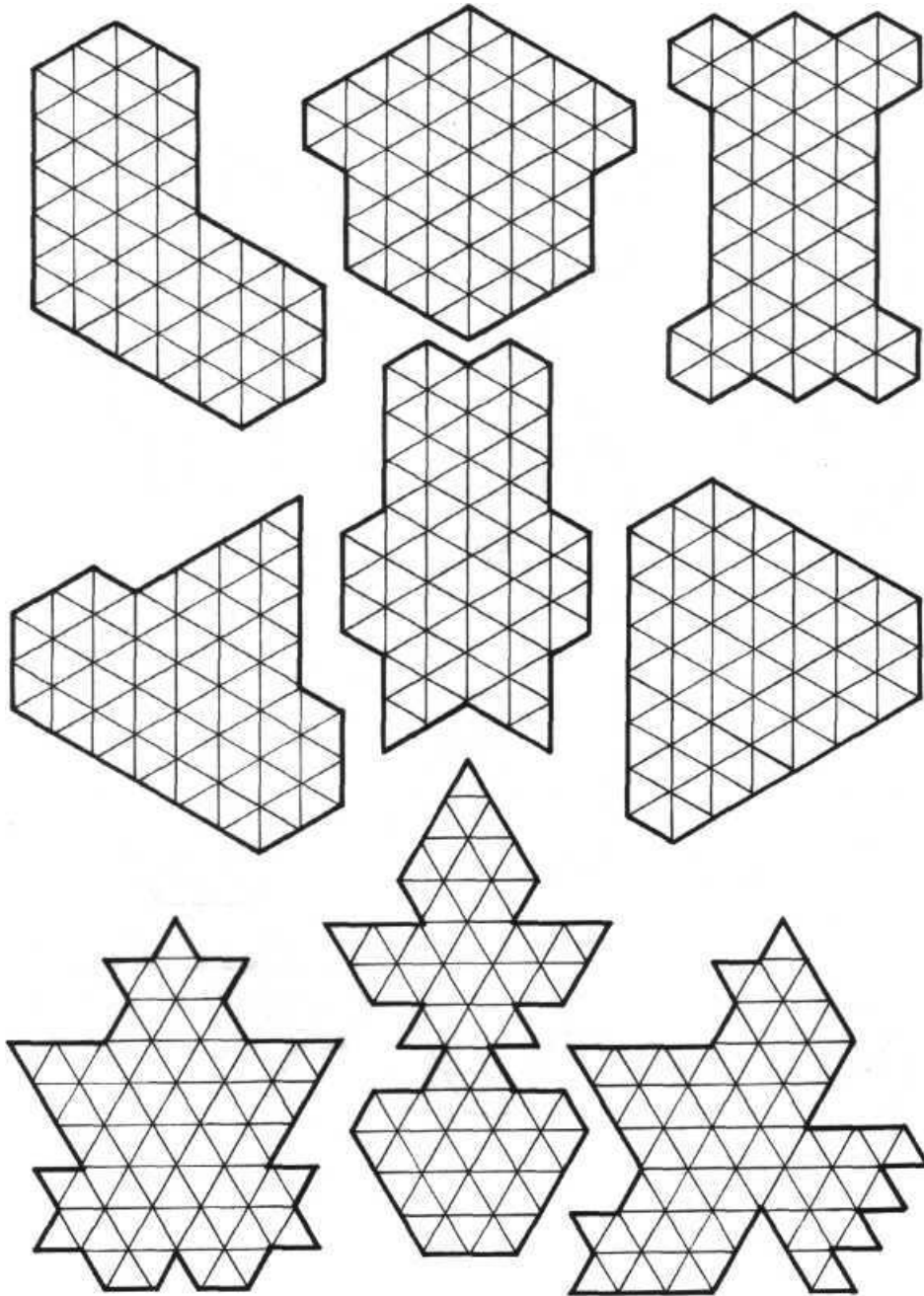
Diese Figurenbeispiele sollen Aufgaben sein, die man mit beliebig dem Spiel entnommenen 9 Steinen voll auslegen kann. Viele Lösungsmöglichkeiten sind hierfür vorhanden !



Lege- und Motivmöglichkeiten für das =VERHEXT=-Spiel mit beliebigen  
10 VERHEXT-Steinen. Lösungen hierzu liegen in reicher Zahl vor !



Aufgabenbeispiele für das =VERHEXT--Zusammenlegspiel mit allen 12  
=VERHEXT= - Steinen . Lösungen liegen auch hierüber vor.





Hinweis für die Gestaltung eigener Aufgaben.

Wir haben uns nun fleißig mit den Aufgaben des Anleitungsheftes beschäftigt, haben manche davon gelöst - vielleicht waren auch schon einige = ZWÖLFER = Figuren dabei - und nun sind wir im Umgang mit den 12 =VERHEXT=-STEINEN schon sehr erfahren.

Ganz von selbst wird jetzt der Wunsch auftauchen, die zweite Möglichkeit dieses geistvollen Spiels zu probieren, nämlich selbst einmal eine Aufgabe zu erfinden, d.h. einen symmetrischen = ZWÖLFER = ohne Vorlage zusammenzufügen.

Es wird uns zwar nicht auf Anhieb gelingen, aber mit etwas Phantasie, Geschicklichkeit und Geduld "werden wir es schaffen.

Geduld vor allem ist nötig! Man darf nicht sogleich die Flinte ins Korn werfen. Und ganz ohne Hexerei geht es auch nicht!

Um zu sehen, wie man mit den Schwierigkeiten fertig wird und mancherlei Fallstricke und Sackgassen vermeidet, wollen wir

die erste eigene = ZWÖLFER = - Figur gemeinsam bauen.

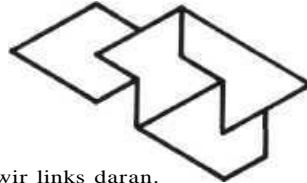
Womit wir beginnen, ist nicht so entscheidend. Ein weites, weites Feld von Möglichkeiten liegt vor uns und gibt uns einen großen Spielraum.

Sind wir aber erst angefangen, dann müssen wir uns dem Gesetz der Symmetrie unterwerfen, denn wir wollen ja nicht frei gestalten wie Picasso, sondern etwas Harmonisches zustandebringen.

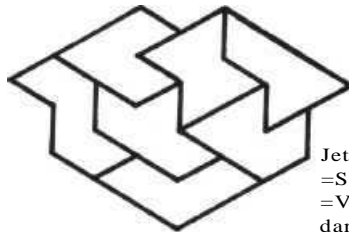
Also fangen wir an !

Vor uns liegt, mit der schmalen Seite nach oben, die Spielunterlage mit dem Liniennetz.

Aus dem 12 =VERHEXT = Steinen suchen wir uns KIRCHE, KAMM und PFEFFERMÜHLE heraus und fügen sie, wie nebenstehend, zusammen.



Den Pfeil setzen wir links daran.

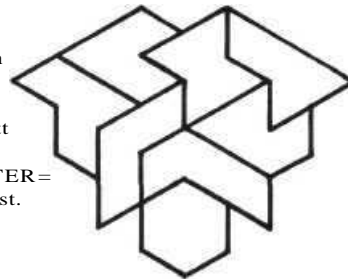


Die SCHLANGE schließt die linke Seite symmetrisch ab, das SEGELBOOT paßt gut in die Mitte, und das DACH bildet - wir von selbst - den Abschluß !

Jetzt haben wir zwar schon einen ansprechenden =SIEBENER=, aber mit den uns verbliebenen =VERHEXT=-Steinen werden wir es schwer haben, daraus einen harmonischen =ZWÖLFER= zu machen.

Wenn sich die Symmetrie zu früh einstellt, ist dies für den Weiterbau oft hinderlich. Entschließen wir uns daher lieber sogleich zu einem kleinen Umbau des Gefüges !

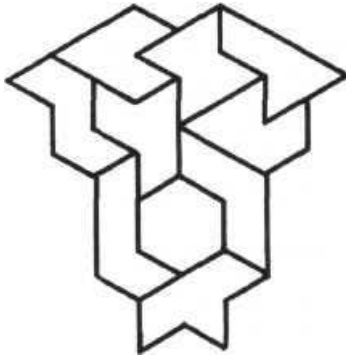
SEGELBOOT und SCHLANGE nehmen wir wieder heraus, das DACH wird verlagert, REVOLVER, TANKER und HEXAGON lassen sich jetzt vorteilhaft unterbringen.



Die Symmetrie ist gewahrt, wir sind einen Schritt weiter, aber das Problem, die restlichen 4 =VERHEXT=-Steine dieses momentanen =ACHTER= harmonisch anzufügen, ist leider noch nicht gelöst.

Mit einigen Umstellungen gelingt es uns,  
wenigstens das SEGELBOOT wieder einzubauen.

Wir haben nun einen hübschen =NEUNER =,  
doch die restlichen =VERHEXT=-Steine machen  
uns ernstlich zu schaffen.



Wieder ist ein Umbau  
nötig, der alle Steine,  
bis auf die ersten vier,  
in Bewegung bringt.



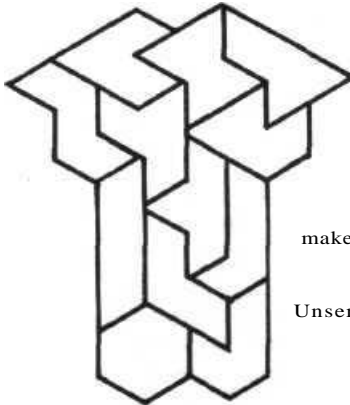
Die SCHLANGE hat wieder  
ihren früheren Platz  
eingenommen. Der = ZEHNER =, den wir jetzt  
haben, ist recht erfreulich anzusehen, aber mit  
den beiden restlichen = VERHEXT =-Steinen, dem  
HAKEN und der FEILE, kommen -wir in dieser Situa-  
tion leider nicht weiter.



Ein nochmaliger Umbau befreit uns von  
der =FEILE =!

Wir haben jetzt einen symmetrischen und  
wohlgefälligen = ELFER =, doch was  
geschieht mit dem HAKEN ?

Das ist der Haken!



Zum letzten Mal  
entschließen wir uns,  
einen Teil der Figur  
umzubauen. Es gelingt uns,  
auch noch den HAKEN  
mit einzugliedern.

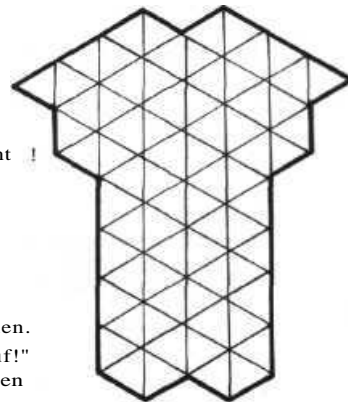
Das Ergebnis ist ein  
makelloser = ZWÖLFER =

Wir sind am Ziel !

Unsere Ausdauer hat sich gelohnt !

Das Ergebnis unserer  
Mühe halten wir im  
Umriß fest, zeichnen  
das Liniennetz hinein,  
und nun mag einmal ein anderer  
die Lösung mit den  
12 = VERHEXT = -Steinen suchen.

Und wenn er dann stöhnt: " Das geht doch gar nicht auf!"  
dann lächeln wir überlegen, denn wir haben es bewiesen  
und wissen es aus Erfahrung besser!



Hinweis zum =VERHEXT = -Spiel bezüglich der möglichen Permutationen  
(Austausch oder Umstellung) der einzelnen =VERHEXT=-Steine.

Beim Spiel mit 9 =VERHEXT= Steinen und Belegen der Verdreifachungen der Original = VERHEXT =-Steinfiguren sowie beim Gestalten auch anderer Motive kann man mit immer wieder beliebig dem Spielsatz entnommenen Steinen die gleiche Fläche voll belegen.

Mittels einer schematischen Darstellung der möglichen Permutationen für das Spiel mit 9 Steinen ergibt eine Auszählung alleine für die Verdreifachung eines einzelnen Original - VERHEXT-Steines = 220 Permutationen.

Bei Berücksichtigung, daß für 3 =VERHEXT=-Steine (KAMM, KIRCHE und PFEFFERMÜHLE) eine Triplikation nicht durchführbar ist, wären also zusammen =  $9 \times 220 = 1.980$  Permutationen möglich !

Bei einer weiteren Berechnung dürften schätzungsweise noch mehrere Hundert Austausch- und Umstellungsmöglichkeiten hinzukommen !

Dies nur als Hinweis für unentwegte Spieler bei der Suche nach neuen Motiven und Figuren mit den 12 = VERHEXT= - Steinen !

Ein zweiter Satz mit 12 =VERHEXT=-Steinen, in roter Ausführung, kann auf Wunsch zum Preis von DM mit Plastikboden nachgeliefert werden.

Einige der uns in großer Auswahl freundlichst zugesandten Lösungen von = VERHEXT = - Figuren und Motiven sowie Anregungen von:

Herrn Th. Kühl, Verw. Amtmann, Neustadt/Holstein

Herr H. Natalis, Ob.Reg. Baurat i. R. , Ziegelhausen

Herrn Dr. W. Treppe, Ob. Stud. Rat i. R., jSpeyer/Rhein

Herrn Hans Gerhard Kleedehn, Sindelfingen

wurden bei der Gestaltung dieses Spiel - Anleitungsheftes verwendet.

Hierfür besonderen Dank !

Made in Western Germany  
DBGM



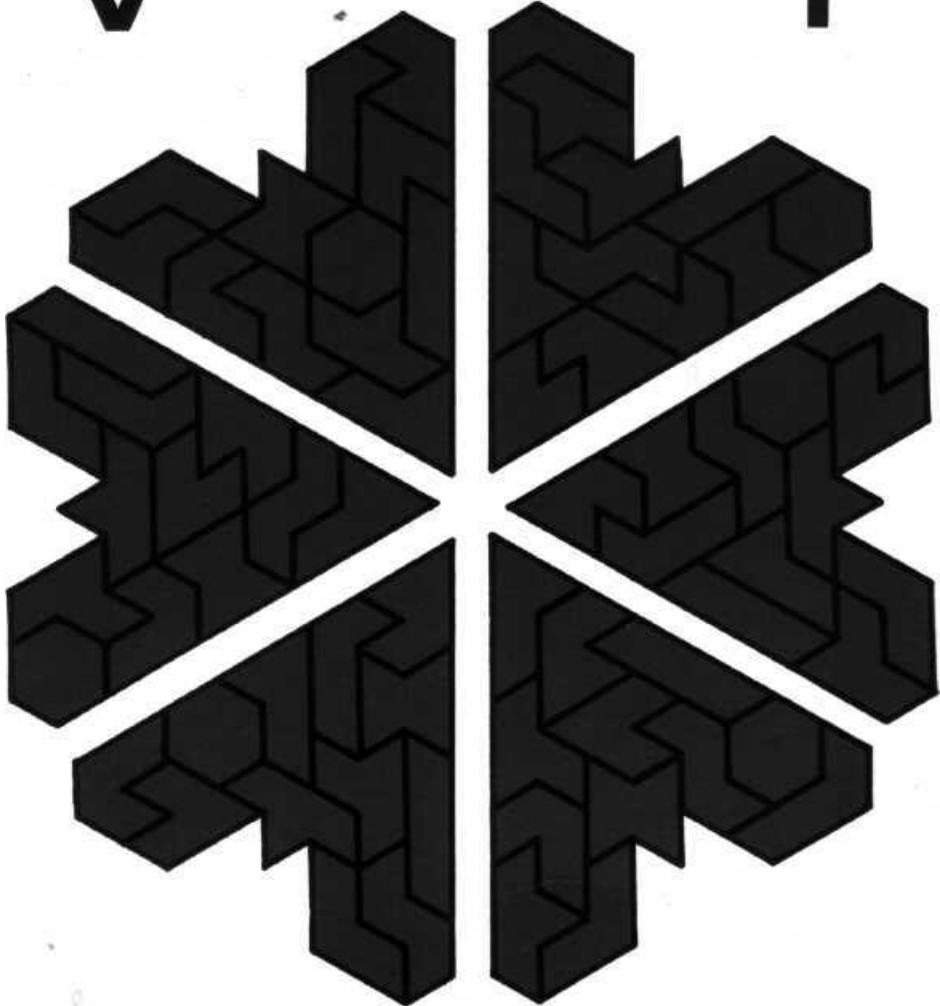
Nachdruck,  
auch auszugsweise verboten.

Herstellung und Vertrieb:

Herbert Zimpfer, Metallwarenfabrik

7586 - Altschweier / Baden

**V E R H E X T**  
**V E R H E X T**



**VERHEXT, die Therapie für's Herz,  
ein schönes Spiel, nicht nur zum Scherz;  
es lehrt Geduld, schärft den Verstand,  
wer's spielt, ist glücklich und entspannt!**